УДК 658.012

С.Д. Штовба, В.В. Мазуренко
Вінницький національний технічний університет

Дослідження навчання компактних нечітких баз знань типу Мамдані

У статті досліджується процес ідентифікації багатофакторних залежностей за допомогою нечітких баз знань типу Мамдані. В роботі представлені результати експериментів із визначення залежності помилки навчання компактних нечітких баз знань типу Мамдані від їх повноти. Експерименти проведено для залежностей «2 входи – 1 вихід». Запропонована експоненційна модель оцінки помилки навчання від повноти бази знань.

Вступ

Нечіткою базою знань називається сукупність нечітких правил «Якщо – тоді», яка задає взаємозв'язок між входами та виходами досліджуваного об'єкта. Незважаючи на велику кількість успішних застосувань нечітких баз знань в різних сферах [1-4], деякі теоретичні та практичні питання їх проектування залишились відкритими. Серед них такі питання структурної ідентифікації, як вибір кількості нечітких термів, виду функцій належності, обсягу бази знань тощо.

Проектувальники нечітких систем прагнуть створити адекватну нечітку базу знань найменшої складності – з малим числом правил та функцій належності. Таку компактну модель легше верифікувати; вона забезпечує найбільшу швидкість логічного виведення та потребує найменше ресурсів за апаратної реалізації. В наших роботах [5], [6] експериментально встановлено, що за адекватного експертного проектування нечітких правил спостерігається квадратична залежність точності від рівня заповнення бази знань правила. Причому найточніші нечіткі моделі отримано для баз знань, що наповнені правилами приблизно на 80%. У статті [6] встановлено, що для трьох тестових нелінійних залежностей «2 входи – 1 вихід» після навчання точність вдало спроектованої синглтонної нечіткої бази знань експоненційно залежить від її розмірності. Серед цих баз знань є достатні компактні – з трьох-чотирьох нечітких правил, які забезпечують добрий баланс між складністю навчання, тривалістю оптимізації та точністю ідентифікації.

Метою статті є дослідження залежності впливу складності нечіткої бази знань Мамдані на точність навчання за експериментальними даними. Виявлення такої залежності дозволить сформувати рекомендації з проектування адекватних компактних нечітких баз знань. Стаття є продовженням досліджень з робіт [5], [6].

Постановка задачі

Вважатимемо відомою тестову вибірку з M пар експериментальних даних, що пов'язують фактори впливу $X=(x_1,x_2,...,x_n)$ з виходом y досліджуваної залежності:

$$(X_r, y_r),\ r=\overline{1,M}\,, \qquad (1)$$

де X_r – вхідний вектор в r-му рядку вибірки та y_r – відповідний вихід.

Позначимо через $y = F(N, P, X)$ – модель на основі нечіткої бази знань Мамдані з N нечітких правил, що пов'язують X з y, а через P – вектор параметрів нечіткої бази знань, що налаштовуються. Згідно з [3] задача навчання нечіткої бази знань зводиться до знаходження таких параметрів P, які забезпечать найменшу нев'язку на вибірці (1):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{r=\overline{1,M}} \left(y_r - F\left(N, P, X_r\right)\right)^2} \to \min . \quad (2)$$

Задачею дослідження є отримання залежності нев'язки $RMSE$ після навчання від обсягу N нечіткої бази знань. За фіксованого нечіткого розбиття вхідних та вихідної змінних можна згенерувати кілька нечітких баз знань з одним і тим самим числом правил (N). Серед цих нечітких баз одного обсягу для навчання оберемо одну з найменшим значенням $RMSE$. Як і в статті [6], криві навчання побудуємо за результатами комп'ютерних експериментів з ідентифікації трьох залежностей з двома входами та одним виходом. Ідентифікацію проведемо на основі нечітких баз знань Мамдані з різною потужністю терм-множин вхідних та вихідної змінних.

Нечітке виведення за базою знань Мамдані

Нечітку базу знань Мамдані запишемо таким чином [3]:

$$\textit{Якщо}\ \left(x_1 = \tilde{a}_{1j}\ \textit{та}\ x_2 = \tilde{a}_{2j}\ \textit{та} \ldots \textit{та}\ x_n = \tilde{a}_{nj}\right)\ \textit{з вагою}\ w_j,$$

$$\textit{тоді}\quad y = \tilde{d}_j,$$

де $\tilde{a}_{ij}$ – нечіткий терм, яким оцінено фактор x_i в j-му правилі, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, N}$;

$\tilde{d}_j$ – консеквент j-го правила, який задано нечітким термом;

$w_j \in [0;1]$ – вага j-го правила, яка відповідає впевненості експерта в його достовірності.

Ступінь належності поточного вхідного вектора $X^* = \left(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*\right)$ до вихідних термів $\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \ldots, \tilde{d}_m$ розраховують так:

$$\mu_{d_j}(X^*) = \min(\mu_j(x_1^*), \mu_j(x_2^*), \ldots, \mu_j(x_n^*)) \cdot w_j\ , \quad j = \overline{1, N},$$

де $\mu_j(x_i^*)$ – ступінь належності вхідного значення x_i^* нечіткому терму $\tilde{a}_{ij}$.

Результатом виведення за j-им правилом бази знань буде нечітка множина:

$$\tilde{d}_j^* = imp\left(\tilde{d}_j,\ \mu_{d_j}(X^*)\right), \quad j = \overline{1, N},$$

де imp позначає імплікацію, яку реалізують операцією мінімуму.

Результат виведення за усіма правилами знаходять агрегуванням нечітких множин $\tilde{y}^* = agg\left(\tilde{d}_1^*, \tilde{d}_2^*, \ldots, \tilde{d}_N^*\right)$, знаходячи максимум функцій належності. Чітке значення на виході моделі розраховують через дефазифікацію нечіткої множини $\tilde{y}^*$ за методом центра тяжіння [3].

Навчання нечіткої бази знань Мамдані

Відповідно до принципу зовнішнього доповнення [7] навчання за експериментальними даними полягає в синтезі моделей-кандидатів за мінімумом $RMSE$ на

навчальній вибірці, з подальшим вибором серед них моделі з найменшою нев'язкою на тестовій вибірці.

Нечіткі множини в базі знань задамо гаусовою функцією належності:

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \exp\left(-\frac{(x-b)^2}{2c^2}\right), \tag{3}$$

де b – ядро нечіткої множини $\tilde{a}$ зміної x;

c>0 – коефіцієнт концентрації.

Відповідно до ідей збереження прозорості нечітких моделей з робіт [3], [8], вектор P для задачі (2) сформуємо з ваг правил, коефіцієнтів концентрацій функцій належності усіх термів та ядер нечітких множин некрайніх термів. Для нечіткої бази знань із N правил кількість параметрів для налаштування дорівнюватиме:

$$|P| = N + (2T_y - 2) + \sum_{i=\overline{1,n}} (2T_{x_i} - 2), \tag{4}$$

де T_{x_i} – потужність терм-множин вхідної змінної x_i, $i = \overline{1,n}$;

T_y – потужність терм-множин вихідної змінної y.

Для запобігання ефекту звуження вихідного діапазону через дефазифікацію за центром тяжіння розширимо носій нечітких термів змінної y відповідно до рекомендацій з [8]. Для збереження лінійної упорядкованість терм-множини та забезпечення суттєвої відмінності сусідніх нечітких множин на параметри функцій належності накладемо ряд обмежень. Ці обмеження наведемо нижче, на прикладі змінної x, T термів якої задано гаусовими функціями належності (3) з параметрами $\langle (b_1, c_1), (b_2, c_2), ..., (b_T, c_T) \rangle$:

$$\begin{cases} b_1 = \underline{x} \\ b_T = \overline{x} \\ b_j \in [\underline{x}; \overline{x}],\ j = \overline{1,T} \\ c_j > 0,\ j = \overline{1,T} \\ if\ s_i \in [\underline{x}; \overline{x}],\ then\ b_i < s_i < b_{i+1},\ i = \overline{1,(T-1)} \end{cases}, \tag{5}$$

де $[\underline{x}; \overline{x}]$ – діапазон можливих значень змінної x;

$s_i = \dfrac{b_{i+1}c_i \pm b_i c_{i+1}}{c_{i+1} \pm c_i}$ – точки перетину двох сусідніх термів.

Перші дві умови (5) визначають, що ядра крайніх термів b_1, b_T чітко закріплені за межами значень змінної. Третя умова вказує, що ядра b_j функцій належності (3) нечітких термів лежать в межах значень змінної $[\underline{x}; \overline{x}]$. Четверта умова обмежує коефіцієнт концентрації додатними значеннями. П'ята умова означає, що точки перетину s_i двох сусідніх термів повинні лежати між ядрами відповідних термів, або за межами значення змінної, дана умова зберігає впорядкованість термів.

Налаштування параметрів нечіткої моделі здійснимо за квазін'ютонівським методом Бройдена – Флетчера – Гольдфарба – Шанно [9], який апроксимує матрицю Гессе на основі множників Лагранжа.

Комп'ютерні експерименти

Як і в [6] експерименти проведемо для 3 еталонних залежностей (рис. 1) – неспадної, унімодальної та багатоекстремальної:

$$y = x_1\sqrt{x_2}\ , \quad x_1 \in [2;22],\ x_2 \in [2;14]\,, \tag{6}$$

$$y = -x_1^{\ 2} - x_2^{\ 2}\ ,\ x_1 \in [-7;3],\ x_2 \in [-5;5]\,, \tag{7}$$

$$y = (1+\sin(x_1)^2)^{x_2}\ ,\ x_1 \in [0;5],\ x_2[0.5;2]\,. \tag{8}$$

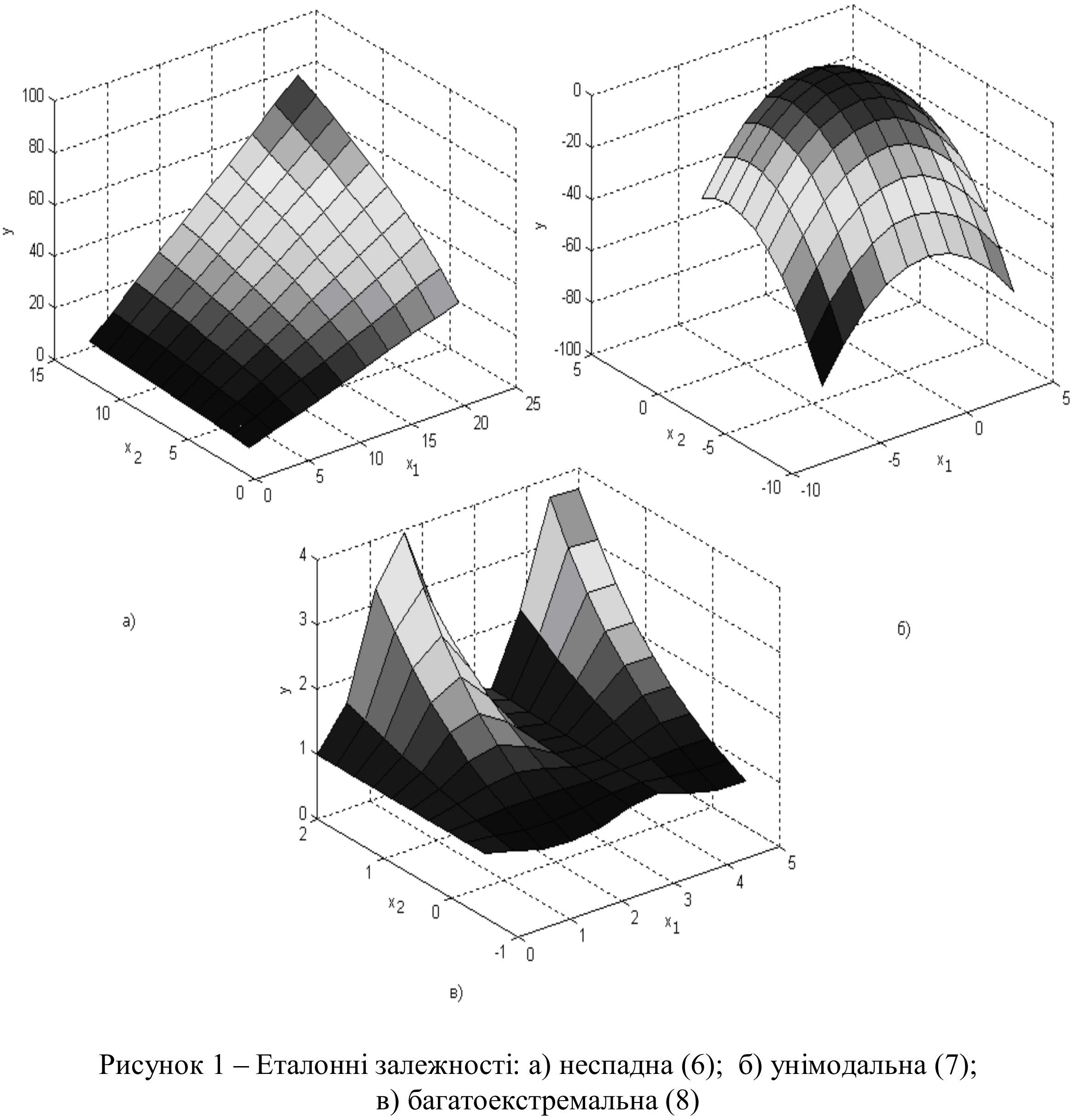


Рисунок 1 – Еталонні залежності: а) неспадна (6); б) унімодальна (7); в) багатоекстремальна (8)

Нечітке моделювання здійснено в середовищі MATLAB з використанням пакета Fuzzy Logic Toolbox. Нечітке розбиття діапазону вхідних змінних здійснено за допомогою гаусових функцій належності (3), ядра яких рівномірно розподілено на області визначення. Коефіцієнт концентрації функцій належності прийнято рівним $c = \Delta core/2.4$,

де $\Delta core$ – відстань між ядрами сусідніх термів. За такого розподілу висота перетину нечітких множин сусідніх термів дорівнює 0,5. Консеквент кожного правила приймався за найбільшим степенем належності розрахованого значення за формулами (6) – (8) для ядер нечітких термів.

Для кожного нечіткого розбиття експерименти проведено за такою схемою:

1) згенерувати навчальну та тестову вибірку з 100 та 81 точок відповідно;

2) згенерувати повний список з $N_{\max}$ адекватних нечітких правил з навчальної вибірки;

3) синтезувати усі можливі нечіткі бази з N правил, $N = \overline{1, N_{\max}}$;

4) для кожної нечіткої бази знань розрахувати нев'язку на тестовій вибірці за формулою (2);

5) для кожної множини нечітких баз знань одного розміру знайти мінімальну $RMSE_{\min}$;

6) провести навчання за квазіньютонівським методом з нелінійними обмеженнями (5) на навчальній вибірці;

7) для кожної навченої нечіткої бази знань розрахувати нев'язку на тестовій вибірці за формулою (2), побудувати графік залежності $RMSE$ від N .

Для неспадної залежності (6) для оцінки вхідних змінних використовувалось 2, 3 та 4 терми, тобто експерименти проведено для таких 9 нечітких розбиттів вхідних змінних: 2х2, 2х3, 2х4, 3х2, 3х3, 3х4, 4х2, 4х3 та 4х4. Відповідно, максимальна кількість адекватних нечітких правил ($N_{\max}$) склала 4, 6, 8, 6, 9, 12, 8, 12 та 16. Таким чином, протягом одного експерименту перевірено від $2^{2\cdot 2} - 1 = 15$ до $2^{4\cdot 4} - 1 = 65535$ нечітких баз знань, з яких для подальшого навчання відібрано 4 + 6 + + 8 + 6 + 9 + 12 + 8 + 12 + 16 = 81. Для унімодальної залежності (7) застосовано нечіткі розбиття вхідних змінних 3х3, 3х4, 3х5, 4х3, 4х4 та 5х3, а для багатоекстремальної залежності (8) – нечіткі розбиття 4х2, 4х3, 4х4, 5х2 та 5х3.

Відібрані найкращі бази знань з $1..N_{\max}$ правил настроєно з урахуванням обмежень (5) за допомогою пакета Optimization Toolbox системи MATLAB. Еексперименти показали (рис. 2), що після навчання нев'язка $RMSE$ спадає зі збільшенням кількості нечітких правил, але її мінімум в багатьох випадках досягається за неповної бази знань. На кривих навчання добре простежується «плато насичення», коли додавання нових правил майже не змінює адекватність нечіткої моделі після навчання. Як приклад, на рис. 3 наведено компактні нечіткі бази знань з 4 правил, які за $RMSE$ майже не поступаються найточнішим моделям з 8 – 16 правил.

Зведемо результати усіх експериментів до одного масштабу (рис. 4). Для цього для кожної бази знань розрахуємо відносне відхилення її нев'язки від нев'язки найкращої бази знань. Позначимо цю величину через $\Delta RMSE$. На рис. 4 ромбами виділено результати найкращого навчання для баз знань з однаковою кількістю правил. Експоненційні апроксимації експериментальних даних за результатами найкращого навчання показують, що плато насичення починається при наповненості бази знань правилами на 30 – 40%. На рис. 5 представлена залежність помилки ідентифікації від кількості параметрів, що налаштовуються. Встановлено, що достатньо не більше 20 – 25 параметрів, щоб отримати адекватну та компактну нечітку базу знань Мамдані, що за (5) відповідає чотирьом правилам за нечіткого розбиття 3х3, 3х4, 4х3, 5х3, 3х5 або 4х4.

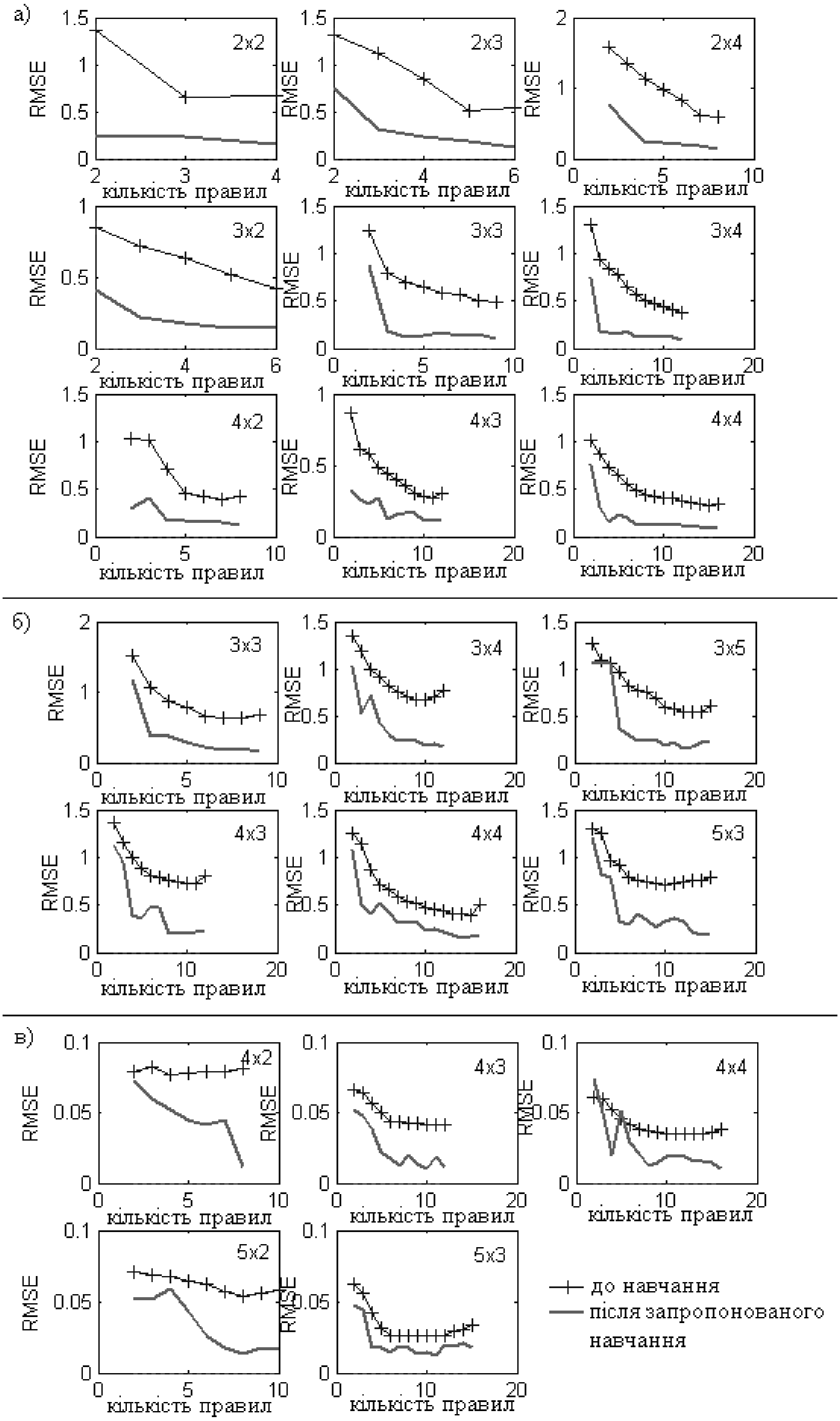


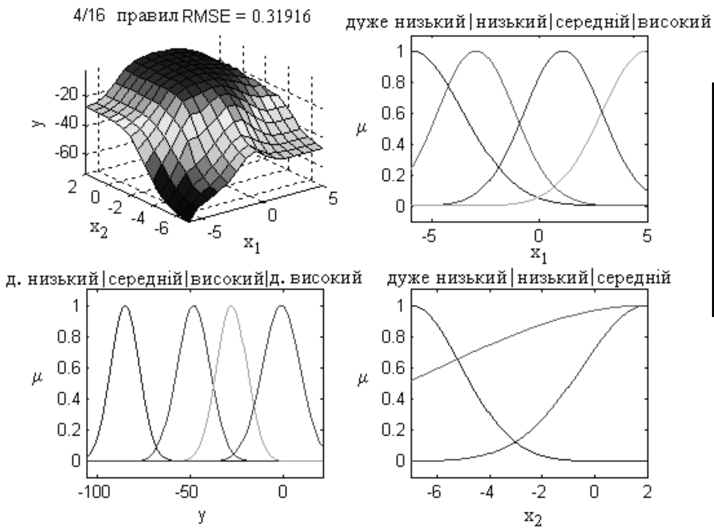
Рисунок 2 – Криві навчання найкращих баз знань: а) залежності (6);
б) залежності (7); в) залежності (8)

[redacted]

База знань про залежність (6)

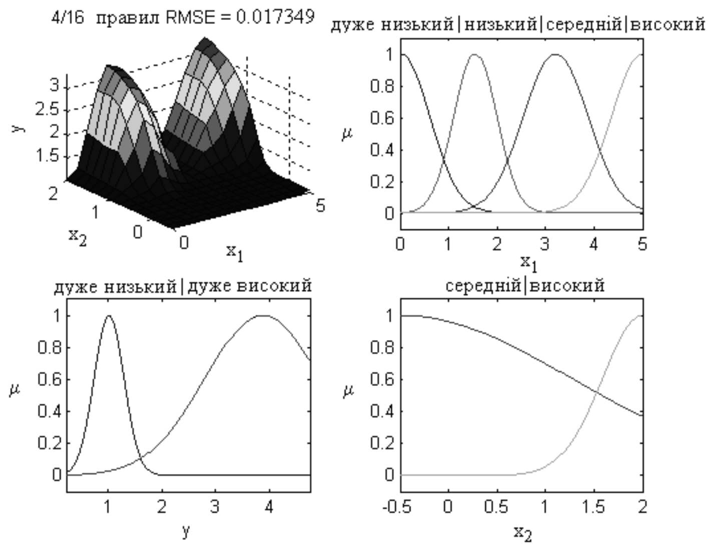
x_1	x_2	y	w
Д. Н.	Н.	Д.Н.	0.4926
Н.	С.	Н.	0.4536
С.	С.	С	0.2603
В.	В.	Д. С.	0.6507

Скорочені назви термів:
Д.Н. – дуже низький
Н. – низький
С. – середній
В. – високий
Д.В. – дуже високий



База знань про залежність (7)

x_1	x_2	y	w
Д. Н.	Д. Н.	Д.Н.	0.0351
Н.	Н.	В.	0.0288
С.	С.	Д.В.	0.8448
В.	Н.	С.	0.1046



База знань про залежність (8)

x_1	x_2	y	w
Д. Н.	С.	Д.Н.	0.9971
Н.	В.	Д.В.	0.5658
С.	С.	Д.Н.	0.9562
В.	В.	Д.В.	0.4865

Рисунок 3 – Компактні нечіткі бази знань після навчання

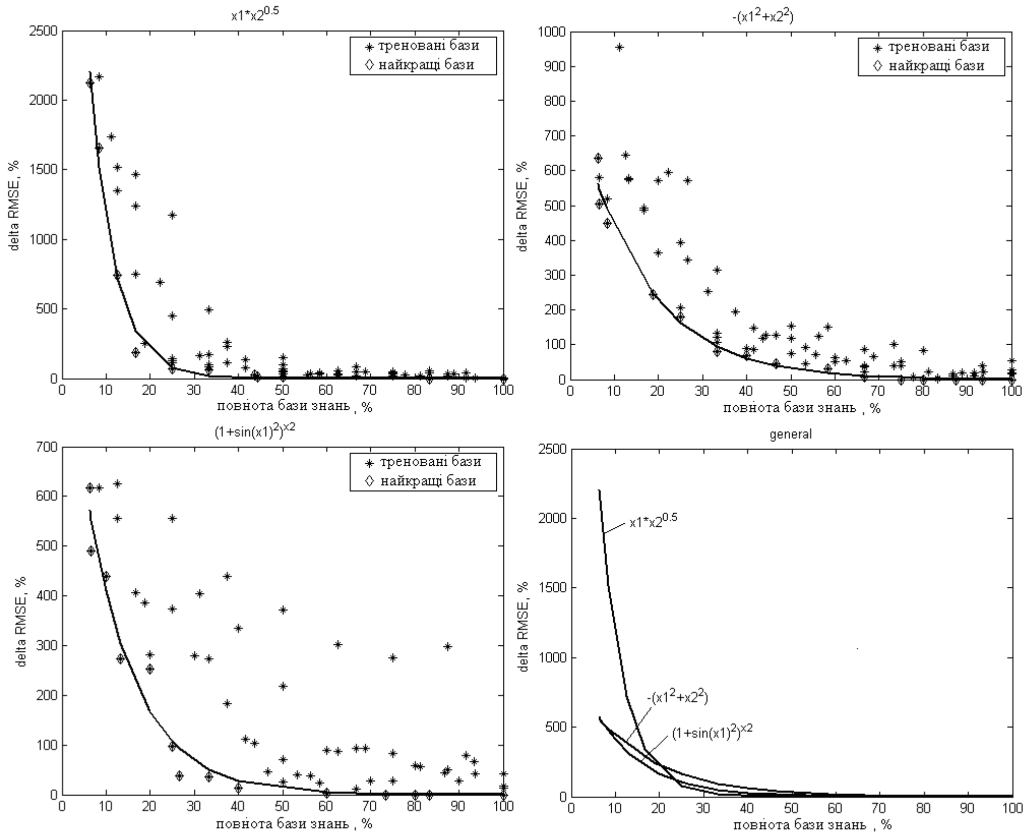


Рисунок 4 – Залежність похибки ідентифікації від повноти бази знань

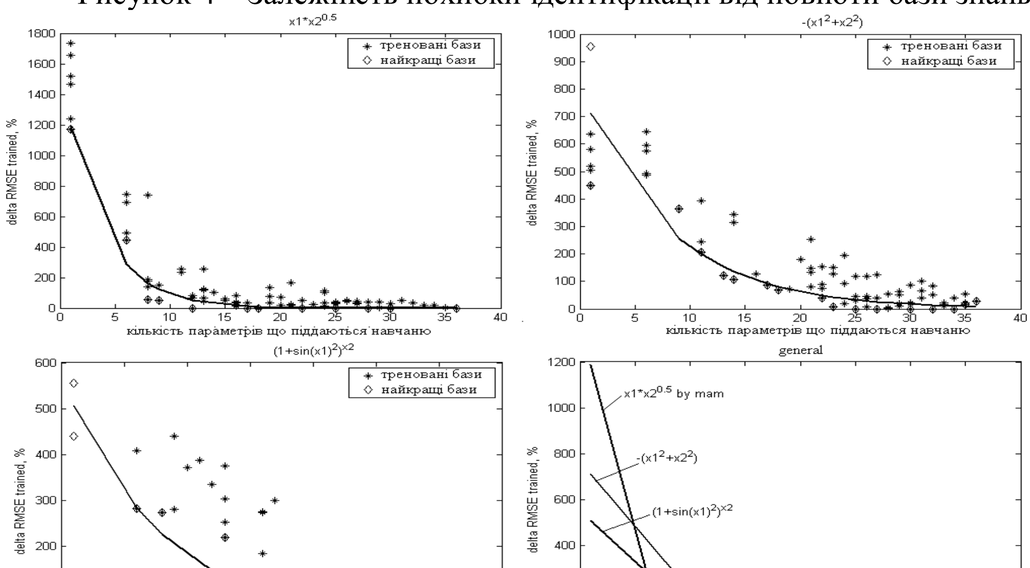


Рисунок 5 – Залежність похибки ідентифікації від кількості параметрів, що налаштовуються

Висновки

Експериментально встановлено, що компактну базу знань Мамдані з достатньо малою похибкою ідентифікації можна отримати при наповненості бази знань на 30 – 40%, після чого збільшення кількості правил істотного не зменшує нев’язку. На нашу

думку, це обумовлено: 1) ускладненням задачі оптимізації через збільшення кількості керованих параметрів та 2) збільшенням взаємодії між правилами на їх границях. Встановлено, що після навчання залежність точності вдало спроектованої нечіткої бази знань від її розмірності може бути описана експоненційною залежністю. Для трьох досліджених залежностей прийнятними можуть бути обрані бази знань з чотирьох нечітких правил, які забезпечують баланс між складністю навчання, тривалістю оптимізації та точністю ідентифікації. Виявлена експоненційна залежність дозволяє наближено відтворити залежність помилки навчання від кількості правил за результатами ідентифікації на основі всього 3 баз знань, наприклад, з наповненням в 70%, 30% та 10%. Подальші дослідження будуть спрямовані на підтвердження отриманих експериментальних висновків під час вирішення реальних задач ідентифікації.

Література

1. Прикладные нечеткие системы / [Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно и др.]. – М. : Мир, 1993. – 368 с.
2. Zimmermann H.-J. Fuzzy Sets Theory and Its Applications / Zimmermann H.-J. 3rd ed. – Kluwer Academic Publisher, 1996. – 435 p.
3. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / Штовба С.Д. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.
4. Precup R. A Survey on Industrial Applications of Fuzzy Control / Precup R., Hellendoorn H. // Computers in Industry. – 2011. – Vol. 62, № 3. – P. 213-226.
5. Штовба С.Д. Вплив кількості нечітких правил на точність бази знань Мамдані / Штовба С.Д., Мазуренко В.В., Панкевич О.Д. // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2011. – № 2. – С. 185-188.
6. Штовба С.Д. Дослідження навчання компактних нечітких синглтонних баз знань / Штовба С.Д., Мазуренко В.В. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2011. – № 1. – С. 133-139.
7. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами / Ивахненко А.Г. – К. : Техніка, 1975. – 312 с.
8. Штовба С.Д. Обеспечение точности и прозрачности нечеткой модели Мамдани при обучении по экспериментальным данным / С.Д. Штовба // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 4. – С. 102-114.
9. Constrained Nonlinear Optimization Algorithms [Електронний ресурс] / The MathWorks – Режим доступу : http://www.mathworks.com/help/toolbox/optim/ug/brnoxzl.html#f26684. – Назва з екрану.

Literatura

1. Tjerano T. Prikladnye nechetkie sistemy. M.: Mir. 1993. 368 s.
2. Zimmermann H.-J. Fuzzy Sets Theory and Its Applications. Kluwer Academic Publisher. 1996. 435 p.
3. Shtovba S.D. Proektirovanie nechetkih sistem sredstvami MATLAB. M.: Gorjachaja linija – Telekom. 2007. 288 s.
4. Precup R. A Computers in Industry. Vol 62. № 3. 2011. P 213-226
5. Shtovba S.D. Visnyk Xmel'nyc'koho nacional'noho universytetu. Texnichni nauky. №2. 2011. S 185-188
6. Shtovba S.D. Vymiryuval'na ta obchyslyuval'na texnika v texnolohichnyx procesax. №1. 2011. S 133-139
7. Ivahnenko A.G. Dolgosrochnoe prognozirovanie i upravlenie slozhnymi sistemami. K.: Tehnika. 1975. 312 s.
8. Shtovba S.D. Problemy upravlenija i informatiki. № 4. 2007. S 102-114
9. Constrained Nonlinear Optimization Algorithms.The MathWorks. http://www.mathworks.com/help/ toolbox/ optim/ug/brnoxzl.html#f26684. – Nazva z ekranu.

С.Д. Штовба, В.В. Мазуренко

Исследование обучения компактных нечетких баз знаний типа Мамдани

В статье исследуется процесс идентификации многофакторных зависимостей с помощью нечетких баз знаний типа Мамдани. В работе представлены результаты экспериментов по определению зависимости ошибки обучения компактных нечетких баз знаний типа Мамдани от их полноты. Эксперименты проведены для зависимостей «2 входа – 1 выход». Предложенная экспоненциальная модель оценки ошибки обучения от полноты базы знаний.

S.D. Shtovba, V.V. Mazurenko

Research of Tuningof Compact Fuzzy Mamdani-Type Knowledge Bases

The process of identifying multi-dependencies using fuzzy Mamdani-type knowledge bases is investigated. This paper presents the results of experiments on determining the dependence of tuning error of compact Mamdani-type fuzzy knowledge bases on their completeness. Experiments are carried out for dependencies "2 inputs-1 output". The exponential model of estimation between training errorand the completeness of knowledge base is proposed.

Стаття надійшла до редакції 15.07.2011.